Aufgabe 1 (*Schwache Konvergenz: Oszillationen*)
Sei $g \in L^\infty(\mathbb{R})$ periodisch, das heißt für ein $a > 0$ gilt

$$g(x+a) = g(x) \qquad \text{für alle } x \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass die Folge $g_k(x) = g(kx)$ für $k \to \infty$ schwach in $L^p([0,1])$, $1 \leq p < \infty$, konvergiert und bestimmen Sie den Grenzwert.

Aufgabe 3 (*Schwache Konvergenz: Konzentrationen*)
Betrachten Sie die Funktionen

$$f_\varepsilon : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f_\varepsilon(x) = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + x^2}\right)^{1/2}.$$

Zeigen Sie für $\varepsilon \searrow 0$, wobei δ_0 das Dirac-Maß im Nullpunkt ist:

(1) $f_\varepsilon \to 0$ schwach in $L^2(\mathbb{R})$.

(2) $\mathcal{L}^1 \llcorner f_\varepsilon^2 \to \pi\delta_0$ schwach als Radonmaße.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 28.11.2011 vor der Vorlesung.